

§ e.1 准稳态法测导热系数和比热

【实验背景】

本实验内容属于热物理学的内容，热传递的三种基本方式包括热传导，热对流和热辐射，而衡量物质热传导特性的重要参数是物质的比热和导热系数。以往对于比热和导热系数的测量大都使用稳态法，但是该方法要求温度和热流量均要稳定，因而要求实验条件较为严格，从而导致了该方法测量的重复性，稳定性及一致性差，误差大。该实验采用一种新的测量方法，即准稳态方法，实验过程中只要求被加热物质的温差恒定和温升速率恒定，而不必通过长时间的加热达到稳态，就可以通过简单的计算得到该物质的比热和导热系数。

比热定义为单位质量的某种物质，在温度升高或降低 1 度时所吸收或放出的热量，叫做这种物质的比热，单位为 $J/(kg \cdot K)$ ，它表征了物质吸热或者放热的本领。导热系数定义为单位温度梯度下，单位时间内由单位面积传递的热量，单位为 $W/(m \cdot K)$ ，即瓦/(米·开)，它表征了物体导热能力的大小。

了解物质的热力学特性有很多应用，如了解土壤或岩石的热力学特性有助于人们了解该地区的大气环境特征。了解混凝土制品的比热和导热系数有助于人们了解材料的保温特性，开发更好保温或隔热材料。了解玻璃建筑材料的比热和导热系数，有助于人们研究和开发更加保温以及安全的玻璃制品。交通方面，由于道路结构处于不断变化的温度环境中，了解沥青或沥青混合料的热力学特性参数，能够使人们精确的模拟道路结构温度场，了解不同状况下道路材料对于各种交通工具的影响。了解橡胶的热力学特性参数，有助于人们开发出更加安全的交通道路和轮胎材料。

【实验目的】

1. 了解准稳态法测量导热系数和比热的原理；
2. 学习热电偶测量温度的原理和使用方法；
3. 用准稳态法测量不良导体的导热系数和比热。

【实验原理】

一. 准稳态法测量原理

考虑如图 e.1.1 所示的一维无限大导热模型：一无限大不良导体平板厚度为 $2R$ ，初始温度为 t_0 ，现在平板两侧同时施加均匀的指向中心面的热流密度 q_c ，则平板各处的温度 $t(x, \tau)$ 将随加热时间 τ 而变化。

以试样中心为坐标原点，上述模型的数学描述可表达如下：

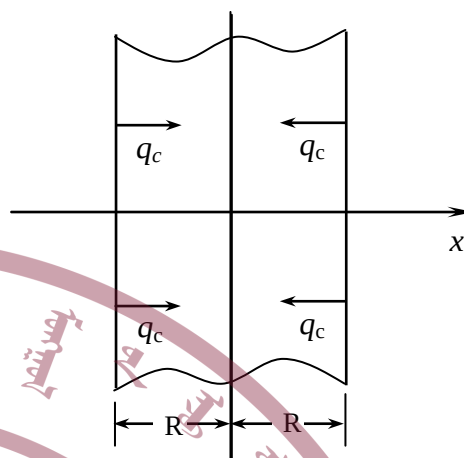


图 e.1.1 理想的无限大不良导体平板

$$\begin{cases} \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial t(R, \tau)}{\partial x} = \frac{q_c}{\lambda} \quad \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = 0 \\ t(x, 0) = t_0 \end{cases} \quad (\text{e.1.1})$$

式中 $a = \lambda / \rho c$ ， λ 为材料的导热系数， ρ 为材料的密度， c 为材料的比热。上述方程的解为（参见附录）：

$$t(x, \tau) = t_0 + \frac{q_c}{\lambda} \left(\frac{a}{R} \tau + \frac{1}{2R} x^2 - \frac{R}{6} + \frac{2R}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos \frac{n\pi}{R} x \cdot e^{-\frac{an^2\pi^2}{R^2} \tau} \right) \quad (\text{e.1.2})$$

考察 $t(x, \tau)$ 的解析式(e.1.2)可以看到，随加热时间的增加，样品各处的温度将发生变化，而且我们注意到式中的级数求和项由于指数衰减的原因，会随加热时间的增加而逐渐变小，因而该项对于(e.1.2)式的结果影响较小。

定量分析表明，当 $\frac{a\tau}{R^2} > 0.5$ 以后，上述级数求和项可以忽略，这时(e.1.2)式可简写成：

$$t(x, \tau) = t_0 + \frac{q_c}{\lambda} \left[\frac{a\tau}{R} + \frac{x^2}{2R} - \frac{R}{6} \right] \quad (\text{e.1.3})$$

这时，在试件中心（ $x=0$ ）处有：

$$t(x, \tau) = t_0 + \frac{q_c}{\lambda} \left[\frac{a\tau}{R} - \frac{R}{6} \right] \quad (\text{e.1.4})$$

在试件加热面处（ $x=\pm R$ ）有：

$$t(x, \tau) = t_0 + \frac{q_c}{\lambda} \left[\frac{a\tau}{R} + \frac{R}{3} \right] \quad (\text{e.1.5})$$

由式(e.1.4)和(e.1.5)可见，当加热时间满足条件 $\frac{a\tau}{R^2} > 0.5$ 时，在试件中心面和加热面处

温度和加热时间成线性关系，温升速率都为 $\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{aq_c}{\lambda R}$ ，此值是一个和材料导热性能和实验

条件有关的常数，此时加热面和中心面间的温度差为：

$$\Delta t = t(R, \tau) - t(0, \tau) = \frac{1}{2} \frac{q_c R}{\lambda} \quad (\text{e.1.6})$$

由式(e.1.6)可以看出，此时加热面和中心面间的温度差 Δt 和加热时间 τ 没有直接关系，保持恒定。系统各处的温度和时间呈线性关系，温升速率也相同，我们称此种状态为准稳态。

当系统达到准稳态时，由式(e.1.6)得到

$$\lambda = \frac{q_c R}{2\Delta t} \quad (\text{e.1.7})$$

根据式(e.1.7)，只要测量进入准稳态后加热面和中心面间的温度差 Δt ，并由实验条件确定相关参量 q_c 和 R ，则可以得到待测材料的导热系数 λ 。

另外在进入准稳态后，由比热的定义和能量守恒关系，可以得到下列关系式：

$$q_c = c\rho R \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad (\text{e.1.8})$$

因此，该物质的比热 c 为：

$$c = \frac{q_c}{\rho R \frac{\partial t}{\partial \tau}} \quad (\text{e.1.9})$$

式中 $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ 为准稳态条件下试件中心面的温升速率（进入准稳态后各点的温升速率是相

同的）。

由以上分析可以得到结论：只要在上述模型中测量出系统进入准稳态后加热面和中心面间的温度差和中心面的温升速率，即可由式(e.1.7)和式(e.1.9)得到待测材料的比热和导热系数。

二. 热电偶温度传感器

热电偶（thermocouple）通常是利用两种不同金属材料焊接起来制作而成的热电元件，制作热电偶的材料一般都选取贵金属，即铜，银或金等，它是温度测量仪表中常用的测温元件，它能够把温度信号转换成热电动势信号，通过电气仪表转换成被测介质的温度。

热电偶测温的基本原理是两种不同成份的材质导体组成闭合回路，如图 e.1.2 (a) 所示，由 A(单线表示) 和 B(双线表示) 两种不同金属材料的导体两端相互紧密的连接在一起，组成一个闭合回路。当两接点温度不等 ($T > T_0$) 时，回路中就会产生电动势，从而形成电流，这就是所谓的塞贝克效应(Seebeck effect) 或热电效应，热电偶就是利用这一效应来工作的，即当电偶两端存在温度梯度时，回路中就会有电流通过，此时两端之间就存在电动势——热电动势。

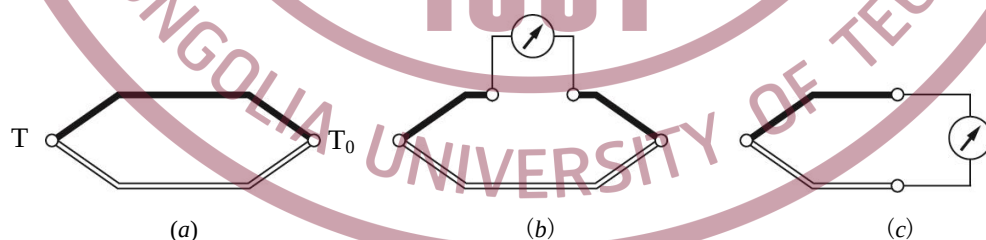


图 e.1.2 热电偶原理及接线示意图

上述两种不同导体的组合称为热电偶，A、B 两种导体称为热电极。两个接点，一个称为工作端或热端（T），测量时将它置于被测温度场中，另一个称为自由端或冷端（ T_0 ），一

般要求测量过程中恒定在某一温度。根据热电动势与温度的函数关系，可以制成热电偶分度表。分度表是自由端温度在 0°C 时的条件下得到的，不同的热电偶具有不同的分度表。

热电偶结构简单，具有较高的测量准确度，测温范围一般为 $-50\sim 1600^{\circ}\text{C}$ ，在温度相关的测量中应用极为广泛。各种热电偶的外形常因需要而极不相同，但是它们的基本结构却大致相同，通常由热电极、绝缘套保护管和接线盒等主要部分组成，并与显示仪表、记录仪表及电子调节器配套使用。

理论分析和实践证明热电偶满足如下的基本定律：

① 热电偶的热电势仅取决于热电偶的材料和两个连接点的温度，而与温度沿热电极的分布以及热电极的尺寸与形状无关（热电极的材质要求均匀）。

② 在 A、B 材料组成的热电偶回路中接入第三导体 C，只要引入的第三导体两端温度相同，则对回路的总热电势没有影响。在实际测温过程中，需要在回路中接入导线和测量仪表，相当于接入第三导体，常采用图 e.1.2 (b) 或图 e.1.2 (c) 的接法。

③ 热电偶的输出电压与温度并非线性关系。对于常用的热电偶，其热电势与温度的关系由热电偶特性分度表给出。测量时，若冷端温度为 0°C ，由测得的电压，通过对应分度表，即可查得所测的温度。若冷端温度不为零度，则通过一定的修正，也可得到温度值。在智能式测量仪表中，将有关参数输入计算程序，则可将测得的热电势直接转换为温度显示。

【实验仪器】

仪器设计必须尽可能满足理论模型。由于模型中的无限大平板条件通常是无法满足的，因此实验中总是要用有限尺寸的试件来代替。但实验表明：当试件的横向线度大于厚度的六倍以上时，可以认为传热方向只在试件的厚度方向进行。

为了精确地确定加热面的热流密度 q_c ，利用超薄型加热器作为热源，其加热功率在整个加热面上均匀并可精确控制，加热器本身的热容可忽略不计。为了在加热器两侧得到相同的热阻，采用四个样品块的配置，可认为热流密度为功率密度的一半，如图 e.1.3 所示。

为了精确地测出温度 t 和温差 Δt ，可用两个分别放置在加热面中部和中心面中部的热电偶作为温度传感器来测量温升速率 $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ 和温差 Δt 。

ZKY-BRDR 型准稳态法比热、导热系数测定仪主要包括主机和实验装置，另有一个保温杯用于保证热电偶的冷端温度在实验中保持恒定。

一. 主机各部分功能

主机是控制整个实验操作并读取实验数据的装置，主机前、后面板分别如图 e.1.4 和图 e.1.5 所示，各部分功能如下：

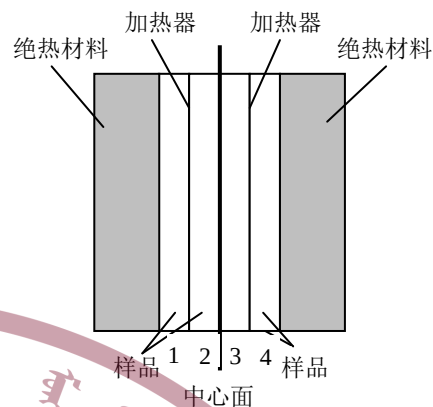


图 e.1.3 被测样件的安装原理

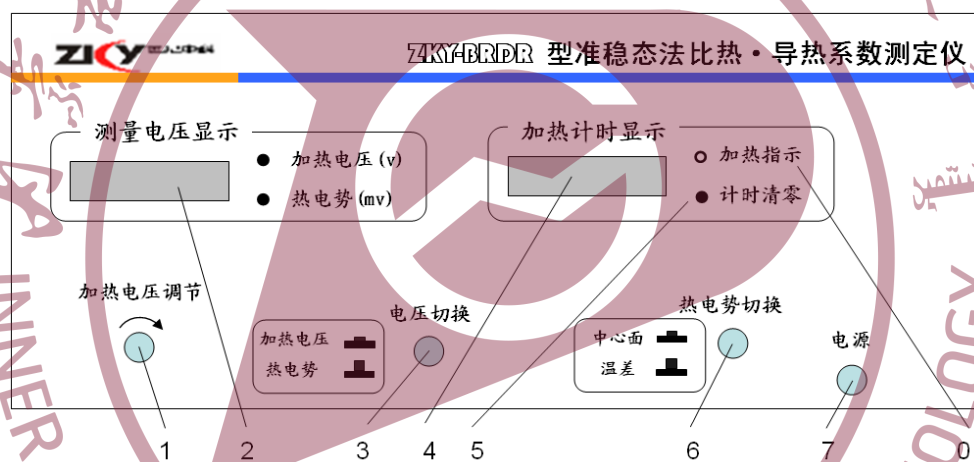


图 e.1.4 主机前面板示意图

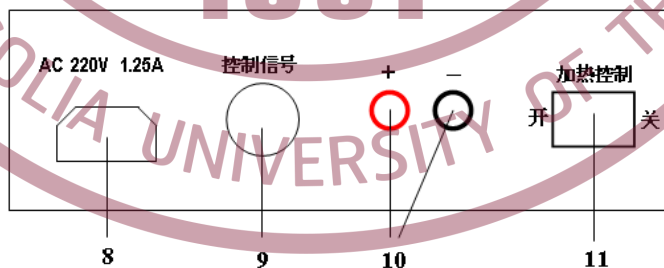


图 e.1.5 主机后面板示意图

0—加热指示灯：指示加热控制开关的状态。亮时表示正在加热，灭时表示加热停止；

- 1—加热电压调节：调节加热电压的大小（范围：15.00V~19.99V）；
- 2—电压表：显示两个电压，即“加热电压（V）”和“热电势（mV）”；
- 3—电压切换：在“加热电压”和“热电势”之间切换，同时“电压表”显示相应的电压；
- 4—加热计时显示：显示加热的时间，前两位表示分，后两位表示秒，最大显示 99:59；
- 5—热电势切换：在“中心面—室温”的温差热电势和“中心面—加热面”的温差热电势之间切换，同时“电压表”显示相应的热电势数值；
- 6—清零：当不需要当前计时显示数值而需要重新计时时，可按此键实现清零；
- 7—电源开关：打开或关闭实验仪器；
- 8—电源插座：接 220V,1.25A 的交流电源；
- 9—控制信号：为放大盒及加热薄膜提供工作电压；
- 10—热电势输入：将传感器感应的热电势输入到主机；
- 11—加热控制：控制加热的开关。

二．实验装置

实验装置是安放实验样品和通过热电偶测温并放大感应信号的平台；实验装置采用了卧式插拔组合结构，如图 e.1.6 所示，各部分功能如下：

- 12—放大盒：将热电偶感应的电压信号放大并将此信号输入到主机；
- 13—中心面横梁：承载中心面的热电偶（图 e.1.7 中的“左横梁”）；
- 14—加热面横梁：承载加热面的热电偶（图 e.1.7 中的“右横梁”）；
- 15—隔热层：尽可能减少加热样品时的散热，以保证实验精度；
- 16—加热器（薄膜）的位置（在里面，每一加热薄膜的两侧可安装样品，结构如图 3 所示；
- 17—中心面位置，放置中心面热电偶之处；
- 18—锁定杆：实验时锁定横梁，防止未松动螺杆取出热电偶导致热电偶损坏；
- 19—螺杆旋钮：推动隔热层压紧或松动实验样品和热电偶。

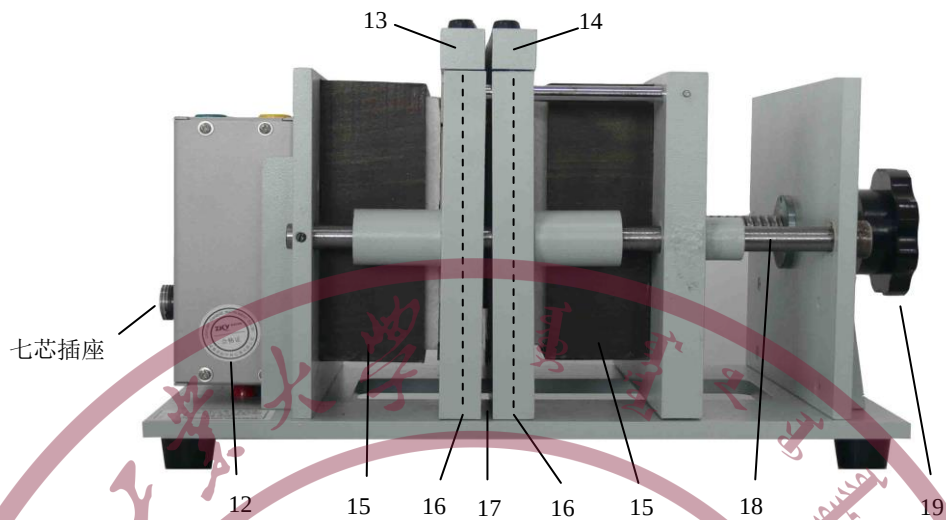


图 e.1.6 实验装置正视图

三、接线原理图及接线说明

实验时，将两只热电偶的热端分别置于样品的“加热面中心”和“中心面中心”，冷端置于保温杯中，接线插孔实物和接线原理如图 e.1.7、图 e.1.8 所示。

1. 放大盒的两个“中心面热端+”相互短接再与左横梁的中心面热端“+”相连（三个绿色插孔）；
2. 放大盒的“中心面冷端+”与保温杯的“中心面冷端+”相连（二个蓝色插孔）；
3. 放大盒的“加热面热端+”与右横梁的“加热面热端+”相连（二个黄色插孔）；
4. “热电势输出-”和“热电势输出+”则与主机后面板的“热电势输入-”和“热电势输出+”相连（红连接红，黑连接黑）；
5. 左、右横梁的两个“-”端分别与保温杯上相应的“-”端相连（均为黑连黑）；
6. 放大盒左侧面的七芯插座与后面板上的“控制信号”与相连。

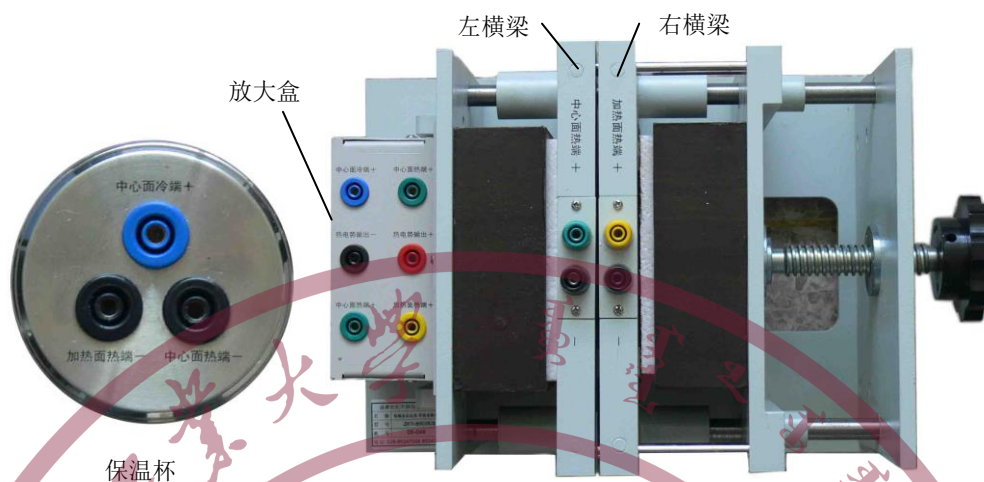


图 e.1.7 保温杯和实验装置俯视图

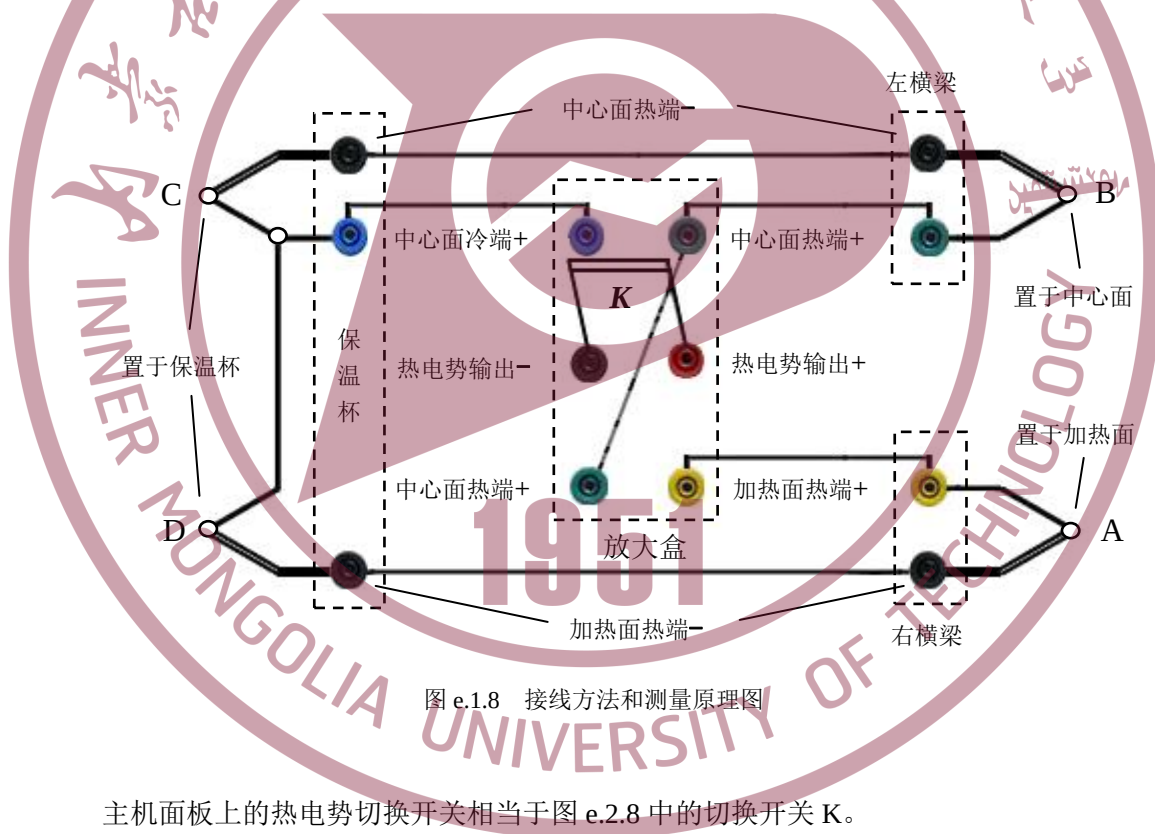


图 e.1.8 接线方法和测量原理图

主机面板上的热电势切换开关相当于图 e.2.8 中的切换开关 K。

开关向上合时，B 点为热电偶的高温端，C 点为热电偶的低温端，测量的是“中心面与保温杯”间的温差热电势，而 A、D 部分不起作用；

开关向下合时，A、D 点组合测量的是“加热面与保温杯”间的温差热电势，B、C 点

组合测量的是“中心面与室温”间的温差热电势。当它们串联起来时，由于 C、D 有相同的温度，故总的温差热电势就表示“加热面与中心面”的温差热电势。

【实验内容】

1. 安装样品并连接各部分连线

连接线路前，请先用万用表检查两只热电偶冷端和热端的电阻值大小，一般在 3~6 欧姆内，如果偏差大于 1 欧姆，则可能是热电偶有问题，遇到此情况应请指导教师帮助解决。

戴好手套，以尽量地保证四个实验样品初始温度保持一致。将样品放进样品架中。热电偶的测温端应保证置于样品的中心位置，防止由于边缘效应影响测量精度。（**注意：两个热电偶之间、中心面与加热面的位置不要放错，根据图 e. 1. 3 所示，中心面横梁的热电偶应该放到样品 2 和样品 3 之间，加热面热电偶应该放到样品 3 和样品 4 之间。同时要注意热电偶不要嵌入到加热薄膜里**），然后旋动旋钮以压紧样品。旋紧保温杯盖。根据实验要求连接好各部分连线（其中包括主机与样品架放大盒，放大盒与横梁，放大盒与保温杯，横梁与保温杯之间的连线）。

2. 设定加热电压

检查各部分接线是否有误，**同时检查后面板上的“加热控制”开关是否关上**（若已开机，可以根据前面板上加热计时指示灯的亮和不亮来确定，亮表示加热控制开关打开，不亮表示加热控制开关关闭），**没有关则应立即关上**。

开机后，先让仪器预热 10 分钟左右再进行实验。在记录实验数据之前，应该先设定所需要的加热电压，步骤为：先将“电压切换”钮按到“加热电压”档位，再由“加热电压调节”旋钮来调节所需要的电压。（参考加热电压：18V，19V）

3. 测定样品的温度差和温升速率

将测量电压显示调到“热电势”的“温差”档位，如果显示温差绝对值小于 0.004mV，就可以开始加热了，否则应等到显示降到小于 0.004mV 再加热。（如果实验要求精度不高，显示在 0.010 左右也可以，但不能太大，以免降低实验的准确性）。

保证上述条件后，打开“加热控制”开关并开始记数，记入表 e.1.1 中。（记数时，建议

每隔 1 分钟分别记录一次中心面热电势和温差热电势，这样便于后面的计算。一次实验时间最好在 25 分钟之内完成)

表 e. 1. 1 导热系数及比热测定

时间 τ (min)	1	2	3	4	5	6	7	...	...	...	...	22	23	24	25
温差热电势 $V_t(\text{mV})$															
中心面热电势 $V(\text{mV})$															
每分钟温升热电势 $\Delta V = V_{n+1} - V_n$															

当记录完一次数据需要换样品进行下一次实验时，其操作顺序是：关闭加热控制开关 → 关闭电源开关 → 旋螺杆以松动实验样品 → 取出实验样品 → 取下热电偶传感器 → 取出加热薄膜冷却。

注意：在取样品的时候，必须先将中心面横梁热电偶取出，再取出实验样品，最后取出加热面横梁热电偶。严禁以热电偶弯折的方法取出实验样品，这样将会大大减小热电偶的使用寿命。

4. 数据处理

准稳态的判定原则是温差热电势和温升热电势趋于恒定。有了准稳态时的温差热电势 V_t 值和每分钟温升热电势 ΔV 值，就可以由(e.1.7) 式和 (e.1.9)式计算最后的导热系数和比热容数值。

(e.1.7) 式和 (e.1.9)式式中各参量如下：

样品厚度 $R=0.010\text{M}$ ，有机玻璃密度 $\rho=1196\text{kg}/\text{m}^3$ ，橡胶密度 $\rho=1374\text{kg}/\text{m}^3$

热流密度 $q_c = A \frac{V^2}{2Fr} (\text{w}/\text{m}^2)$

式中 V 为两并联加热器的加热电压， $F = 0.09\text{M} \times 0.09\text{M}$ 为加热器面积， A 为修正系数，对于有机玻璃和橡胶， $A=0.85$ ， $r=110\Omega$ 为每个加热器的电阻。

铜—康铜热电偶的热电常数为 0.04mV/K 。即温度每差 1 度，温差热电势为 0.04mV 。

据此可将温度差和温升速率的电压值换算为温度值。

$$\text{温度差 } \Delta t = \frac{V_t}{0.04} (\text{K}), \quad \text{温升速率 } \frac{dt}{d\tau} = \frac{\Delta V}{60 \times 0.04} (\text{K/s}).$$

可采用恰当的数据处理方法计算温升速率，如：逐差法或最小二乘法等。

5. 对比试验（选做）

保温杯中加适量水，水量约为保温杯容量的 $3/5$ 为宜，重复上述过程。比较并分析保温杯中装水以及空气两种情况的测量结果。

【注意事项】

1. 预热仪器时，加热器控制开关应处于关闭状态；
2. 为保证测量精度，预热等待时间应足够长，使温差热电势尽量小；
3. 注意两热电偶高温端的位置，其一位于中心面，另一位于加热面；
4. 为了保证测量精度及延长热电偶的使用寿命，尽量不要热电偶弯折；
5. 为了保护热电偶，取放及更换样品时应按规程操作（详见实验内容红字部分）；

【思考题】

1. 为了保护中心面及加热面热电偶，取放测试样品时应如何操作？
2. 结合本实验理论模型及实验装置，分析误差来源。
3. 本实验在计算热流密度时乘以修正系数 A ，试分析其原因？

【附录】

热传导方程的求解

在我们的实验条件下，以试样中心为坐标原点，温度 t 随位置 x 和时间 τ 的变化关系

$t(x, \tau)$ 可用如下的热传导方程及边界，初始条件描述

$$\begin{cases} \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial t(R, \tau)}{\partial x} = \frac{q_c}{\lambda} \quad \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = 0 \\ t(x, 0) = t_0 \end{cases} \quad (\text{e.1.10})$$

式中 $a = \lambda / \rho c$ ， λ 为材料的导热系数， ρ 为材料的密度， c 为材料的比热， q_c 为从边界向中间施加的热流密度， t_0 为初始温度。

为求解方程(e.1.10)，应先作变量代换，将(e.1.10)式的边界条件换为齐次的，同时使新变量的方程尽量简洁，故此设

$$t(x, \tau) = u(x, \tau) + \frac{aq_c}{\lambda R} \tau + \frac{q_c}{2\lambda R} x^2 \quad (\text{e.1.11})$$

将(e.1.11)式代入(e.1.10)式，得到 $u(x, \tau)$ 满足的方程及边界，初始条件

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 u(x, \tau)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial u(R, \tau)}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial u(0, \tau)}{\partial x} = 0 \\ u(x, 0) = t_0 - \frac{q_c}{2\lambda R} x^2 \end{cases} \quad (\text{e.1.12})$$

用分离变量法解方程(e.1.12)，设

$$u(x, \tau) = X(x) \times T(\tau) \quad (\text{e.1.13})$$

代入(e.1.12)中第 1 个方程后得出变量分离的方程

$$T'(\tau) + \alpha \beta^2 T(\tau) = 0 \quad (\text{e.1.14})$$

$$X''(x) + \beta^2 X(x) = 0 \quad (\text{e.1.15})$$

(e.1.14)，(e.1.15)式中 β 为待定常数。

方程(e.1.14)的解为

$$T(\tau) = e^{-\alpha\beta^2\tau} \quad (\text{e.1.16})$$

方程(e.1.15)的通解为

$$X(x) = c \cos \beta x + c' \sin \beta x \quad (\text{e.1.17})$$

为使(e.1.13)式是方程(e.1.12)的解, (e.1.17)式中的 c , c' , β 的取值必须使 $X(x)$ 满足方程(e.1.12)的边界条件, 即必须 $c' = 0$, $\beta = n\pi/R$ 。

由此得到 $u(x, \tau)$ 满足边界条件的 1 组特解

$$u_n(x, \tau) = c_n \cos \frac{n\pi}{R} x \cdot e^{-\frac{an^2\pi^2}{R^2}\tau} \quad (\text{e.1.18})$$

将所有特解求和, 并代入初始条件, 得

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \cos \frac{n\pi}{R} x = t_0 - \frac{q_c}{2\lambda R} x^2 \quad (\text{e.1.19})$$

为满足初始条件, 令 c_n 为 $t_0 - \frac{q_c}{2\lambda R} x^2$ 的傅氏余弦展开式的系数

$$c_0 = \frac{1}{R} \int_0^R (t_0 - \frac{q_c}{2\lambda R} x^2) dx \quad (\text{e.1.20})$$

$$= t_0 - \frac{q_c R}{6\lambda}$$

$$c_n = \frac{2}{R} \int_0^R (t_0 - \frac{q_c}{2\lambda R} x^2) \cos \frac{n\pi}{R} x dx \quad (\text{e.1.21})$$

$$= (-1)^{n+1} \frac{2q_c R}{\lambda n^2 \pi^2}$$

将 C_0 , C_n 的值代入(e.1.18)式, 并将所有特解求和, 得到满足方程(e.1.12)条件的解为

$$u(x, \tau) = t_0 - \frac{q_c R}{6\lambda} + \frac{2q_c R}{\lambda \pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos \frac{n\pi}{R} x \cdot e^{-\frac{an^2\pi^2}{R^2}\tau} \quad (\text{e.1.22})$$

将(e.1.22)式代入(e.1.11)式可得

$$t(x, \tau) = t_0 + \frac{q_c}{\lambda} \left(\frac{a}{R} \tau + \frac{1}{2R} x^2 - \frac{R}{6} + \frac{2R}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos \frac{n\pi}{R} x \cdot e^{-\frac{an^2\pi^2}{R^2} \tau} \right)$$

上式即为正文中的(e.1.2)式。

